Pengambilan Keputusan dalam keadaan ada kepastian

IRA PRASETYANINGRUM, S.Si,M.T

Model Pengambilan Keputusan dikaitkan Informasi yang dimiliki :
Ada 3 (tiga) Model Pengambilan keputusan.

1. **Model Pengambilan Keputusan dalam Keadaan Kepastian *(Certainty)*. Menggambarkan bahwa setiap rangkaian keputusan (kegiatan) hanya mempunyai satu hasil (pay off tunggal). Model ini disebut juga Model Kepastian/ *Deterministik*.**
2. **Model Pengambilan Keputusan dalam kondisi Berisiko *(Risk)*. Menggambarkan bahwa setiap rangkaian keputusan (kegiatan) mempunyai sejumlah kemungkinan hasil dan masing-masing kemungkinan hasil probabilitasnya dapat diperhitungakan atau dapat diketahui. Model Keputusan dengan Risiko ini disebut juga *Model Stokastik*.**
3. **Model Pengambilan Keputusan dengan Ketidakpastian *(Uncertainty)*. Menggambarkan bahwa setiap rangkaian keputusan (kegiatan) mempunyai sejumlah kemungkinan hasil dan masing-masing kemungkinan hasil probabilitasnya tidak dapat diketahui/ditentukan. Model Keputusan dengan kondisi seperti ini adalah situasi yang paling sulit untuk pengambilan keputusan. (Kondisi yang penuh ketidakpastian ini relevan dengan apa yang dipelajari dalam Game Theory)**

Pemodelan Matematika

1. Jenis Model

- Model fisik (physical model)
- Model naratif (narrative model)
- Model grafis (graphic model)
- Model matematis (mathematical model)

2. Penggunaan Model

- Memberikan pengertian
- Memfasilitasi komunikas
- Memprediksi masa depan

3. Kelas Model Matematis

- Model statis (static model) atau model dinamis (dynamic model)
- Model probabilitas (probability model) atau model deterministik (deterministic model)
- Model optimisasi (optimizing model) atau model suboptimisasi (suboptimizing model)

4. Simulasi

Simulasi terjadi dalam:

- Skenario (scenario)
- Variabel keputusan (decision variable)

5. Teknik Simulasi

Manajer biasanya melakukan model optimisasi hanya sekali. Setiap kali model tersebut dijalankan, hanya satu dari berbagai variabel keputusan yang harus diubah agar pengaruhnya dapat terlihat.

6. Kelebihan dan Kelemahan Pemodelan

Kelebihan:

- Proses pemodelan dapat menjadi pengalaman belajar.
- Kecepatan proses simulasi memungkinkan sejumlah besar alternatif dapat dipertimbangkan dengan cara memberikan kemampuan untuk mengevaluasi keputusan dalam waktu yang singkat.
- Model memberikan kemampuan prediksi – pandangan ke masa depan.

Kelemahan:

- Kesulitan untuk membuat model bisnis akan menghasilkan model yang tidak mencakup semua pengaruh terhadap entitas.
- Kemampuan matematis tingkat tinggi dibutuhkan untuk merancang model yang lebih kompleks.

Pemodelan Matematika Menggunakan Lembar Kerja Elektronik

1. Kapabilitas Pemodelan Statis
2. Kapabilitas pemodelan dinamis
3. Memainkan permainan “bagaimana jika”
4. Antarmuka model lembar kerja

Pengambilan Keputusan dalam keadaan ada kepastian

- Keputusan dalam keadaan ada kepastian (certainty), terjadi apabila semua informasi yang diperlukan untuk mengambil keputusan tersedia/lengkap.
- Pemecahan dari keputusan yang diambil bersifat deterministic.
- Teknik-teknik yang dapat digunakan dalam pengambilan keputusan dalam keadaan ada kepastian, antara lain:

1) Linear programming, yaitu salah satu teknik untuk menyelesaikan masalah optimasi (maksimasi atau minimasi) dengan menggunakan persamaan dan pertidaksamaan linear dalam rangka mencari pemecahan yang optimal dengan memperhatikan pembatas-pembatas (constrains) yang ada.

   Persoalan linear programming dapat diselesaikan dengan menggunakan metode:

   a) grafik,

   b) aljabar; dan

   c) simpleks.

PROGRAM LINIER

- Linear programming (program linier) merupakan salah satu teknik penyelesaian riset operasi dalam hal ini adalah khusus menyelesaikan masalah-masalah optimasi (memaksimalkan atau meminimumkan) tetapi hanya terbatas pada masalah-masalah yang dapat diubah menjadi fungsi linier.

Perumusan Model Persoalan Program Linier

- Suatu persoalan disebut persoalan program linier apabila memenuhi hal-hal sebagai berikut :
- 1. Tujuan (objective)
- 2. Alternatif perbandingan.
- 3. Sumber Daya
- 4. Perumusan Kuantitatif.

Perumusan Model Persoalan Program Linier

- Pada dasarnya secara umum, persoalan program linier dapat dirumuskan dalam suatu model dasar/model baku/model matematika sebagai berikut :

$$Z = C_1 X_1 + C_2 X_2 + \dots + C_j X_j + \dots + C_n X_n = \sum_{j=1}^{n} C_j X_j \quad \text{(Optimal[maksimum/minimum])}$$

Yang kemudian disebut sebagai *Fungsi Tujuan (Objective Function)*

dengan pembatasan (Funsi Kendala/Syarat Ikatan) :

$a_{11} X_1 + a_{12} X_2 + \ldots\ldots + a_{1n} X_n \leq$ atau $\geq b_1$,

$a_{21} X_1 + a_{22} X_2 + \ldots\ldots + a_{2n} X_n \leq$ atau $\geq b_2$,

$$\vdots \qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots$$

$a_{m1} X_1 + a_{m2} X_2 + \ldots + a_{mn} X_n \leq$ atau $\geq b_m$,

atau $\displaystyle\sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j \leq$ **atau** $\geq b_i$ **untuk** $i = 1,2,3, \ldots , m$.

dan $X_1 \geq 0$, $X_2 \geq 0, \ldots, X_n \geq 0$ atau $X_j \geq 0$, dimana $j = 1, 2, 3, \ldots, n$ *(syarat non-negatif).*

Keterangan :

Ada n macam barang yang akan diproduksi masing-masing sebanyak X_1, X_2, ...,X_n unit.

X_j = Variabel pengambilan keputusan atau kegiatan yang ingin dicari (misalnya banyaknya produksi barang yang ke-j, dimana j = 1, 2, ...,n).

C_j = Parameter yang dijadikan kriteria optimasi atau koefisien variabel pengambilan keputusan dalam fungsi tujuan (misalnya harga per satuan barang ke-j).

b_i = Sumber daya yang terbatas, yang membatasi kegiatan atau usaha yang bersangkutan disebut juga konstanta atau "nilai sebelah kanan (nsk)" dari kendala ke-i (misalnya banyaknya bahan mentah ke-i, i= 1, 2, .., m). Ada m macam bahan mentah, yang masing-masing tersedia $b_1, b_2, \ldots, b_m$.

a_{ij} = Koefisien teknologi variabel pengambilan keputusan (kegiatan yang bersangkutan) dalam kendala ke-i (misalnya banyaknya bahan mentah ke-i yang digunakan untuk memproduksi 1 satuan barang ke-j).

Contoh soal 1

- Sebagai contoh dalam memformulasikan permasalahan, berikut ini akan dibahas perusahaan Fian Furniture yang akan membuat meja dan kursi.
- Keuntungan yang diperoleh dari satu unit meja adalah $7,- sedang keuntungan yang diperoleh dari satu unit kursi adalah $5,-.
- Namun untuk meraih keuntungan tersebut Fian Furniture menghadapi kendala keterbatasan jam kerja.
- Untuk pembuatan 1 unit meja dia memerlukan 4 jam kerja. Untuk pembuatan 1 unit kursi dia membutuhkan 3 jam kerja. Untuk pengecatan 1 unit meja dibutuhkan 2 jam kerja, dan untuk pengecatan 1 unit kursi dibutuhkan 1 jam kerja.
- Jumlah jam kerja yang tersedia untuk pembuatan meja dan kursi adalah 240 jam per minggu sedang jumlah jam kerja untuk pengecatan adalah 100 jam per minggu.
- Berapa jumlah meja dan kursi yang sebaiknya diproduksi agar keuntungan perusahaan maksimum?

Contoh soal 2

- Suatu perusahaan akan memproduksi 2 macam barang yang jumlahnya tidak boleh lebih dari 18 unit.
- Keuntungan dari kedua produk tersebut masing-masing adalah Rp. 750,- dan Rp. 425,- per unit.
- Dari survey terlihat bahwa produk I harus dibuat sekurang-kurangnya 5 unit sedangkan produk II sekurang-kurangnya 3 unit.
- Mengingat bahan baku yang ada maka kedua produk tersebut dapat dibuat paling sedikit 10 unit.
- Tentukan banyaknya produk yang harus dibuat untuk mendapatkan keuntungan yang maksimum ?

Contoh soal 3

PT LAQUNATEKSTIL memiliki sebuah pabrik yang akan memproduksi 2 jenis produk, yaitu kain sutera dan kain wol. Untuk memproduksi kedua produk diperlukan bahan baku benang sutera, bahan baku benang wol dan tenaga kerja. Maksimum penyediaan benang sutera adalah 60 kg per hari, benang wol 30 kg per hari dan tenaga kerja 40 jam per hari. Kebutuhan setiap unit produk akan bahan baku dan jam tenaga kerja dapat dilihat dalam tabel berikut:

Jenis bahan baku dan tenaga kerja	Kg bahan baku & Jam tenaga kerja		Maksimum penyediaan
	Kain sutera	Kain wol	
Benang sutera	2	3	60 kg
Benang wol	-	2	30 kg
Tenaga kerja	2	1	40 jam

Kedua jenis produk memberikan keuntungan sebesar Rp 40 juta untuk kain sutera dan Rp 30 juta untuk kain wol. Masalahnya adalah bagaimana menentukan jumlah unit setiap jenis produk yang akan diproduksi setiap hari agar keuntungan yang diperoleh bisa maksimal.

Contoh soal 4

Perusahaan makanan ROYAL merencanakan untuk membuat dua jenis makanan yaitu Royal Bee dan Royal Jelly. Kedua jenis makanan tersebut mengandung vitamin dan protein. Royal Bee paling sedikit diproduksi 2 unit dan Royal Jelly paling sedikit diproduksi 1 unit. Tabel berikut menunjukkan jumlah vitamin dan protein dalam setiap jenis makanan:

Jenis makanan	**Vitamin (unit)**	**Protein (unit)**	**Biaya per unit (ribu rupiah)**
Royal Bee	2	2	100
Royal Jelly	1	3	80
minimum kebutuhan	8	12	

Bagaimana menentukan kombinasi kedua jenis makanan agar meminimumkan biaya produksi.

- Metode Simpleks : metode pemecahan persoalan program linear yang begitu kompleks dan luas, dan besar yg dengan metode aljabar (sederhana) dan grafik sulit dan tidak dapat diandalkan

- Ciri khas metode simpleks ialah dengan memasukkan kegiatan disposal (disposal activities). Peranan kegiatan disposal ini adalah untuk menampung sumberdaya yg tersisa atau tidak digunakan. Dengan ada-nya kegiatan disposal ini kita dapat mem-buat ketidaksamaan suatu rumusan mate-tematika menjadi suatu persamaan. Metode simpleks hanya diperkenankan nilai positif dari peubah-peubah Xij.

- 1. Rumuskan persoalan PL ke dalam
- model umum PL (fungsi tujuan dan
- fungsi pembatas).
- 2. Merubah model umum PL menjadi
- model simpleks :
- a. Fungsi Pembatas : tambahkan slack
- variabel dan/atau surplus variabel,
- dan/atau variabel buatan (artifisial

- b. Fungsi tujuan :
- - Rubahlah bentuk fungsi tujuan impli-
- sit menjadi persamaan bentuk eksplisit.
- - Tambahkan/kurangi dengan slack
- var, surplus var dan/atau variabel buatan yg bernilai nol.

3. Formulasikan ke dalam Tabel Simpleks.
4. Lakukan langkah-langkah penyelesaian.

Bentuk Matematis

- Maksimumkan $Z = 3X_1 + 5X_2$
- Batasan (constrain)

(1) $2X_1 \leq 8$

(2) $3X_2 \leq 15$

(3) $6X_1 + 5X_2 \leq 30$

LINEAR PROGRAMMING
METODE SIMPLEKS

- Langkah-langkah metode simpleks

Langkah 1:
Mengubah fungsi tujuan dan batasan-batasan

- Fungsi tujuan

$Z = 3X_1 + 5X_2$ diubah menjadi $Z - 3X_1 - 5X_2 = 0$.

- Fungsi batasan (diubah menjadi kesamaan & di + slack variabel)

(1) $2X_1 \leq 8$ menjadi $2X_1 + X_3 = 8$

(2) $3X_2 \leq 15$ menjadi $3X_2 + X_4 = 15$

(3) $6X_1 + 5X_2 \leq 30$ menjadi $6X_1 + 5X_2 + X_5 = 30$

Slack variabel adalah variabel tambahan yang mewakili tingkat pengangguran atau kapasitas yang merupakan batasan

LINEAR PROGRAMMING
METODE SIMPLEKS

- Fungsi tujuan : Maksimumkan $Z - 3X_1 - 5X_2 = 0$

- Fungsi batasan

  (1) $2X_1 + X_3 = 8$

  (2) $3X_2 + X_4 = 15$

  (3) $6X_1 + 5X_2 + X_5 = 30$

Langkah 2:
Menyusun persamaan-persamaan di dalam tabel

Beberapa Istilah dlm Metode Simplek

- **NK** adalah *nilai kanan* persamaan, yaitu nilai di belakang tanda sama dengan (=). Untuk batasan 1 sebesar 8, batasan 2 sebesar 15, dan batasan 3 sebesar 30.
- **Variabel dasar** adalah variabel yang nilainya sama dengan sisi kanan dari persamaan. Pada persamaan $2X_1 + X_3 = 8$, kalau belum ada kegiatan apa-apa, berarti nilai $X_1 = 0$, dan semua kapasitas masih menganggur, maka pengangguran ada 8 satuan, atau nilai $X_3 = 8$. Pada tabel tersebut nilai variabel dasar (X_3, X_4, X_5) pada fungsi tujuan pada tabel permulaan ini harus 0, dan nilainya pada batasan-batasan bertanda positif

$Z = 3X1 + 5X2$ diubah menjadi $Z - 3X1 - 5X2 = 0$.

(1) 2X1	≤ 8	menjadi	2X1		+ X3			= 8
(2) 3X2	≤ 15	menjadi		3X2		+ X4		= 15
(3) 6X1 + 5X2	≤ 30	menjadi	6X1 +	5X2			+ X5	= 30

1. Tabel simpleks yang pertama

Variabel Dasar	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	NK
Z	1	-3	-5	0	0	0	0
X_3	0	2	0	1	0	0	8
X_4	0	0	3	0	1	0	15
X_5	0	6	5	0	0	1	30

Langkah 3: Memilih kolom kunci

- *Kolom kunci* adalah kolom yang merupakan dasar untuk mengubah tabel simplek. Pilihlah kolom yang mempunyai nilai pada garis ***fungsi tujuan yang bernilai negatif dengan angka terbesar***. Dalam hal ini kolom X_2 dengan nilai pada baris persamaan tujuan –5. Berilah tanda segi empat pada kolom X_2, seperti tabel berikut

2 Tabel simpleks: pemilihan kolom kunci pada tabel pertama

Variabel Dasar	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	NK	Keterangan (Indeks)
Z	1	-3	-5	0	0	0	0	
X_3	0	2	0	1	0	0	8	
X_4	0	0	3	0	1	0	15	
X_5	0	6	5	0	0	1	30	

Jika suatu tabel sudah tidak memiliki nilai negatif pada baris fungsi tujuan, berarti tabel itu tidak bisa dioptimalkan lagi (sudah optimal).

Langkah 4: Memilih baris kunci

- *Baris kunci* adalah baris yang merupakan dasar untuk mengubah tabel simplek, dengan cara mencari indeks tiap-tiap baris dengan membagi nilai-nilai pada kolom NK dengan nilai yang sebaris pada kolom kunci.
- **Indeks = (Nilai Kolom NK) / (Nilai kolom kunci)**
  Untuk baris batasan 1 besarnya indeks = 8/0 = ~, baris batasan 2 = 15/3 = 5, dan baris batasan 3 = 30/5 = 6. Pilih baris yang mempunyai ***indeks positif dengan angka terkecil***. Dalam hal ini batasan ke-2 yang terpilih sebagai baris kunci. Beri tanda segi empat pada baris kunci. Nilai yang masuk dalam kolom kunci dan juga masuk dalam baris kunci disebut ***angka kunci***

Langkah 5: Mengubah nilai-nilai baris kunci

Nilai baris kunci diubah dengan cara membaginya dengan angka kunci, seperti tabel 3. bagian bawah (0/3 = 0; 3/3 = 1; 0/3 = 0; 1/3 = 1/3; 0/3 = 0; 15/3 = 5). Gantilah variabel dasar pada baris itu dengan variabel yang terdapat di bagian atas kolom kunci (X2).

3 Tabel simpleks: Cara mengubah nilai baris kunci

Variabel Dasar	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	NK	Keterangan (Indeks)
Z	1	-3	-5	0	0	0	0	
X_3	0	2	0	1	0	0	8	8/0 = ∞
X_4	0	0	3	0	1	0	15	15/3 = 5
X_5	0	6	5	0	0	1	30	30/5 = 6
Z								
X_3								
X_2	0	0	1	0	1/3	0	15/3	
X_5								

0/**3** 0/**3** 3/**3** 0/**3** 1/**3** 0/**3** 15/**3**

Langkah 6: Mengubah nilai-nilai selain pada baris kunci

Rumus :

Baris baru = baris lama – (koefisien pada kolom kunci) x nilai baru baris ku

Baris pertama (Z)

		[-3	-5	0	0	0,	0]	
	(-5)	[**0**	**1**	**0**	**1/3**	**0,**	**5**]	(-)
Nilai baru	=	[-3	0	0	5/3	0,	25]	

Baris ke-2 (batasan 1)

		[2	0	1	0	0,	8]	
	(0)	[**0**	**1**	**0**	**1/3**	**0,**	**5**]	(-)
Nilai baru	=	[2	0	1	0	0,	8]	

Baris ke-4 (batasan 3)

		[6	5	0	0	1,	30]	
	(5)	[**0**	**1**	**0**	**1/3**	**0,**	**5**]	(-)
Nilai baru	=	[6	0	0	-5/3	1,	5]	

Tabel pertama nilai lama dan tabel kedua nilai baru

Variabel Dasar	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	NK
Z	1	-3	-5	0	0	0	0
X_3	0	2	0	1	0	0	8
X_4	0	0	3	0	1	0	15
X_5	0	6	5	0	0	1	30
Z	1	-3	0	0	5/3	0	25
X_3	0	2	0	1	0	0	8
X_2	0	0	1	0	1/3	0	5
X_5	0	6	0	0	-5/3	1	5

Langkah 7: Melanjutkan perbaikan

Ulangilah langkah-langkah perbaikan mulai langkah 3 sampai langkah ke-6 untuk memperbaiki tabel-tabel yang telah diubah/diperbaiki nilainya. Perubahan baru berhenti setelah *pada baris pertama (fungsi tujuan) tidak ada yang bernilai negatif*

Variabel Dasar	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	NK	Keterangan (Indeks)
Z	1	-3	0	0	5/3	0	25	
X_3	0	2	0	1	0	0	8	= 8/2 = 4
X_4	0	0	1	0	1/3	0	5	
X_5	0	6	0	0	-5/3	1	5	= 5/6 (minimum)
Z	1							
X_3	0							
X_2	0							
X_1	0	6/6	0	0	-5/18	1/6	5/6	

6/6 0/6 0/6 (-5/3)/**6** 1/6 5/6

Nilai baru

Baris ke-1

		[-3	0	0	5/3	0,	25]	
	(-3)	[**1**	**0**	**0**	**-5/18**	**1/6,**	**5/6**]	(-)
Nilai baru	=	[0	0	0	5/6	½,	$27^{1}/_{2}$]	

Baris ke-2 (batasan 1)

		[2	0	1	0	0,	8]	
	(2)	[**1**	**0**	**0**	**-5/18**	**1/6,**	**5/6**]	(-)
Nilai baru	=	0	0	1	5/9	-1/3,	$6^{1}/_{3}$]	

Baris ke-3 tidak berubah karena nilai pada kolom kunci = 0

		[0	1	0	1/3	0,	5]	
	(0)	[**1**	**0**	**0**	**-5/18**	**1/6,**	**5/6**]	(-)
Nilai baru	=	0	1	0	1/3	0,	5]	

Tabel simpleks final hasil perubahan

Variabel Dasar	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	NK
Z	1	0	0	0	5/6	½	$27^1/_2$
X_3	0	0	0	1	5/9	-1/3	$6^1/_3$
$\mathbf{X_2}$	0	0	1	0	1/3	0	5
$\mathbf{X_1}$	0	1	0	0	-5/18	1/6	5/6

Baris pertama (Z) tidak ada lagi yang bernilai negatif. Sehingga tabel tidak dapat dioptimalkan lagi dan tabel tersebut merupakan hasil optimal

Dari tabel final didapat

$X_1 = 5/6$
$X_2 = 5$
$Z_{maksimum} = 27^1/_2$

Kasus 1

- **Kasus Maksimisasi :**

Model Program Linear

1. Fungsi Tujuan :

   Maksimumkan : $Z=8X_1 + 6X_2$

   (Dlm Rp1000)

2. Fungsi Pembatas :

   2.1. Bahan A : $4X_1 + 2X_2 \leq 60$

   2.2. Bahan B : $2X_1 + 4X_2 \leq 48$

   $X_1, X_2 \geq 0$

Kasus 2

- 1. Fungsi Tujuan :
- Maksimumkan : $Z=15X1 + 10X2$
- (Dlm Rp10.000)
- 2. Fungsi Pembatas :
- 2.1. Bahan A : $X1 + X2 \leq 600$
- 2.2. Bahan B : $2X1 + X2 \leq 1000$
- $X1, X2 \geq 0$

Kasus 3

- Fungsi Tujuan :
- Maksimumkan : $Z = 3X1+2X2$
- Fungsi Pembatas :
- $X1 + X2 \leq 15$
- $2X1 + X2 \leq 28$
- $X1 + 2X2 \leq 20$
- $X1, X2 \geq 0$